令和３年度入学者選抜学力検査　一般選抜（後期日程）
理学部　物理・情報科学科：理科　解答例・出題の意図

問題１

（１） $V = \sqrt{2gL}$ 〔m/s〕

（２） $v_{\mathrm{S}} = \frac{2M}{M+m}V$ 〔m/s〕

（３） 計算：エネルギー保存則により

$$\frac{1}{2}mv_{\mathrm{T}}^2 + mgR = \frac{1}{2}mv_{\mathrm{S}}^2 = \frac{2mM^2}{(M+m)^2}V^2 = \frac{4gmM^2}{(M+m)^2}L$$

$$v_{\mathrm{T}} = \sqrt{2g\left(\frac{4M^2}{(M+m)^2}L - R\right)}$$ 〔m/s〕

（４） $N = mg\frac{H}{R} - \frac{mv_{\mathrm{B}}^2}{R}$ 〔N〕

（５） $v_{\mathrm{B}} = \sqrt{2g\left(\frac{4M^2}{(M+m)^2}L - H\right)}$ 〔m/s〕

（６） 下限：$\frac{(M+m)^2}{4M^2}R$ 〔m〕　上限：$\frac{3(M+m)^2}{8M^2}H$ 〔m〕

（７） 計算：その点での小物体の速さをvとすると，その点で垂直抗力の

大きさ$mg\frac{h}{R} - \frac{mv^2}{R}$はゼロとなる。一方，エネルギー保存則より

$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_{\mathrm{S}}^2 = \frac{2mM^2}{(M+m)^2}V^2 = \frac{4gmM^2}{(M+m)^2}L$である。

以上より

$$h = \frac{8M^2}{3(M+m)^2}L$$ 〔m〕

【問題２】

（１）計算：

$V_A = \frac{Q_1}{C}$, $V_B = \frac{Q_2}{2C}$

$V_A > V_B$ 即ち $\frac{Q_1}{C} > \frac{Q_2}{2C}$ i.e. $2Q_1 > Q_2$ の時 $C_1 \to C_2$

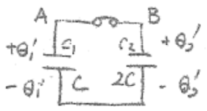
$V_A = V_B$ 即ち $\frac{Q_1}{C} = \frac{Q_2}{2C}$ i.e. $2Q_1 = Q_2$ の時 移動なし

$V_A < V_B$ 即ち $\frac{Q_1}{C} < \frac{Q_2}{2C}$ i.e. $2Q_1 < Q_2$ の時 $C_2 \to C_1$

C_1 から C_2 へ移動する場合： $2Q_1 > Q_2$　　移動がない場合： $2Q_1 = Q_2$

C_2 から C_1 へ移動する場合： $2Q_1 < Q_2$

（２）計算：



$Q = CV$

$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

$$\begin{cases} Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2' \\ Q_2' = 2Q_1' \end{cases}$$

$Q_1 + Q_2 = 3Q_1'$

$Q_1' = \frac{Q_1+Q_2}{3}$

$U = U_1 + U_2$

$= \frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{C} + \frac{1}{2}\frac{Q_2^2}{2C}$

$U' = U_1' + U_2'$

$= \frac{1}{2}\frac{Q_1'^2}{C} + \frac{1}{2}\frac{Q_2'^2}{2C}$

$= \frac{1}{2C}\left(\frac{Q_1+Q_2}{3}\right)^2 + \frac{1}{4C}\left(\frac{2(Q_1+Q_2)}{3}\right)^2$

$= \frac{(Q_1+Q_2)^2}{18C} + \frac{(Q_1+Q_2)^2}{9C}$

$= \frac{3}{18C}(Q_1+Q_2)^2$

$= \frac{(Q_1+Q_2)^2}{6C}$

$\Delta U = U - U'$

$= \frac{1}{2C}Q_1^2 + \frac{1}{4C}Q_2^2 - \frac{(Q_1+Q_2)^2}{6C}$

$= \frac{6Q_1^2 + 3Q_2^2 - 2(Q_1^2 + 2Q_1Q_2 + Q_2^2)}{12C}$

$= \frac{4Q_1^2 - 4Q_1Q_2 + Q_2^2}{12C}$

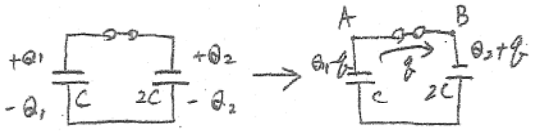
$= \frac{1}{3C}Q_1^2 - \frac{1}{3C}Q_1Q_2 + \frac{1}{12C}Q_2^2$

$U - U' = \frac{1}{3C}Q_1^2 - \frac{1}{3C}Q_1Q_2 + \frac{1}{12C}Q_2^2$ 〔J〕

0 以上であることの証明：

$$\Delta U = \frac{4Q_1^2 - 4Q_1Q_2 + Q_2^2}{12C} = \frac{(2Q_1 - Q_2)^2}{12C} \geq 0$$

(3) 計算：



$$V_A=\frac{Q_1-q}{C},\quad V_B=\frac{Q_2+q}{2C}$$

$$V_A-V_B=\frac{Q_1-q}{C}-\frac{Q_2+q}{2C}$$

$$=\left(-\frac{1}{C}-\frac{1}{2C}\right)q+\frac{Q_1}{C}-\frac{Q_2}{2C}$$

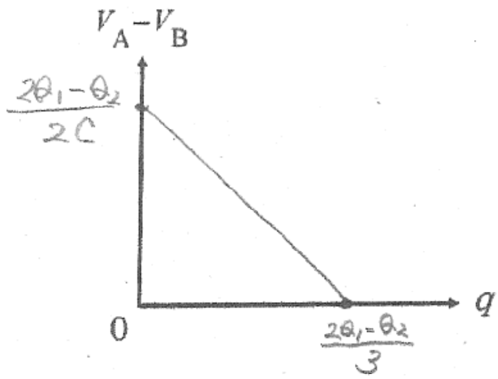
$$=-\frac{3}{2C}q+\frac{2Q_1-Q_2}{2C}$$

$$V_A-V_B=0$$

$$\frac{2Q_1-Q_2}{2C}=\frac{3}{2C}q$$

$$q=\frac{2Q_1-Q_2}{3}$$

$V_A-V_B=$ $-\frac{3}{2C}q+\frac{2Q_1-Q_2}{2C}$ 〔V〕



(4) 計算：

$$S=\frac{2Q_1-Q_2}{2C}\times\frac{2Q_1-Q_2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{4Q_1^2-4Q_1Q_2+Q_2^2}{12C}$$

$$=\frac{(2Q_1-Q_2)^2}{12C}$$

$$=\frac{1}{3C}Q_1^2-\frac{1}{3C}Q_1Q_2+\frac{1}{12C}Q_2^2 \quad \text{[J]}$$

面積＝$\frac{1}{3C}Q_1^2-\frac{1}{3C}Q_1Q_2+\frac{1}{12C}Q_2^2$　意味：導線に発生したジュール熱（電界が電荷に対してした仕事）

問題３【選択問題】　　選択問題チェック欄 □

（１）計算：

状態方程式　$P_1V_1 = nRT_1$より、

$P_1 = \frac{nRT_1}{V_1}$

$P_1 = \dfrac{nRT_1}{V_1}$ 〔Pa〕

（２）計算：

ピストンの両側の圧力は等しいので$P_1V_1 = n_BR2T_1$と（１）より

$$n_B = \frac{P_1V_1}{2RT_1} = \frac{nRT_1}{2RT_1} = \frac{n}{2}$$

B 室の気体の物質量= $\dfrac{n}{2}$ 〔mol〕

（３）計算：

nモルの気体の内部エネルギーは$\frac{3}{2}nRT$であるので、A, B 室の内部エネルギーの和は

$$\frac{3}{2}n_AR3T_1 + \frac{3}{2}n_BR2T_1 = \frac{3}{2}RT_1(3n_A + n)$$

$E_{\mathrm{AB}} = \dfrac{3}{2}RT_1(3n_A + n)$ 〔J〕

（４）計算：

C 室の温度をT_Cとすると状態方程式より

$24P_1\frac{V_1}{6} = nRT_C$

$T_C = \frac{4P_1V_1}{nR} = \frac{4nRT_1}{nR} = 4T_1$

C 室の温度 ＝ $4T_1$ 〔K〕

（５）計算：

A, B 室の温度を T_{AB} とすると　$24P_1\left(2 + \frac{5}{6}\right)V_1 = \left(n_A + \frac{n}{2}\right)RT_{AB}$

A, B 室の内部エネルギーの和は　$\frac{3}{2}\left(n_A + \frac{n}{2}\right)RT_{AB} = \frac{3}{2} \times 24P_1\left(2 + \frac{5}{6}\right)V_1 =$

$6 \times 17P_1V_1 = 102nRT_1$

$E'_{\mathrm{AB}} = 102nRT_1$ 〔J〕

（６）計算：　A, B, C 全室での内部エネルギーの和はコック開閉前後で変わらないので

$$\frac{3}{2}RT_1(3n_A + n) + \frac{3}{2}nRT_1 = 102nRT_1 + \frac{3}{2}nR4T_1$$

$$3n_A + n + n = 68n + 4n$$

$$n_A = \frac{70}{3}n$$

$n_{\mathrm{A}} = \dfrac{70}{3}n$ 〔mol〕

問題４　【選択問題】　　　　　　　　　　　選択問題チェック欄 ☐

（1）

(a) 0.5 m

(b) 8 m

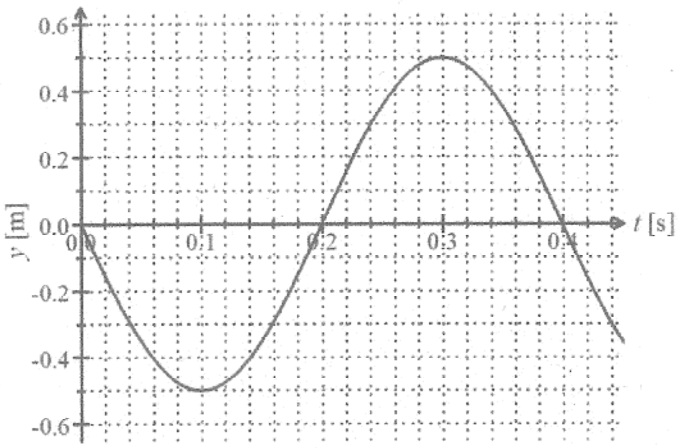
(c) $v = (8-2)/0.3 = 20$　　20 m/s

(d) $f = v/\lambda = 20/8 = 2.5$　　2.5 Hz

（2）

$x =$ 8 m

（3）



（4）

縦波では，グラフ上の上向きの変位が x 軸上の右向きの変位に，下向きの変位が x 軸上の左向きの変位に対応するので，これと $0<x<12$ の範囲を考え合わせると解答が導かれる。

密：$x =$ 4 m，疎：$x =$ 8 m

（5）

$x=0$ での振動の y - t グラフの式は$y = -A\sin\frac{2\pi}{T}t$と書ける。$x=x$ では，$x=0$ での振動と全く同じ振動が x/v 秒遅れて始まる。すなわち，y - t グラフの式の t を $t - x/v$ としてやればよい。よって，$y = -A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{v}\right) = -0.5\sin 2\pi f\left(t-\frac{x}{20}\right) = -0.5\sin 5\pi\left(t-\frac{x}{20}\right)$

答　$y = -0.5\sin 5\pi\left(t-\frac{x}{20}\right)$