令和４年度入学者選抜学力検査　一般選抜（後期日程）
理学部 物理・情報科学科：理科（物理） 解答例

【問題１】

（１）

Ｐからｑの間の物体の平均の速さは，弦の長さ$\overline{\mathrm{PQ}}$を用いて

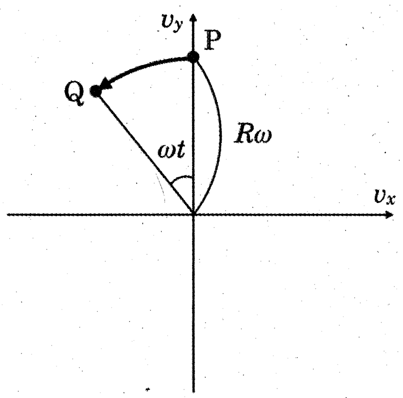
$$\bar{v} = \frac{\overline{PQ}}{t}$$

と書ける。Ｐにおける瞬間の速さ v は$t \to 0$の極限における$\bar{v}$で与えられる。
同極限において，$\overline{\mathrm{PQ}}$が$R\omega t$で近似できる事を用いれば，

$$v = \frac{R\omega t}{t} = R\omega$$

となる。よって，$v = R\omega$ である。

（２）



図より，（１）において$\vec{r} \to \vec{v}$，$R \to R\omega$と置き換えて同様の議論をすれば，
加速度が求まる：

$$a = \frac{R\,\omega\,\omega t}{t} = R\omega^2$$

ニュートンの運動方程式より，力は$F = ma$で与えられるので，

$$F = mR\omega^2$$

となる。

（３）

仕事 W は力 F，変位 x，力と移動の向きのなす角 θ を用いて

$$W = Fx\cos\theta$$

と書ける. 今，$\theta = 90^\circ$ なので $W = 0$ となる。すなわち，向心力による小物体への仕事はゼロである。

小物体の持つ運動エネルギー $K=mv^2/2$ は小物体に与えられた仕事の分だけ変化する。上述の結果より小物体の受ける仕事はゼロだから，その運動エネルギーは保存する：

$$K = \frac{mv^2}{2} = \text{一定}$$

よって，小物体の速さ v も一定となる。

（４）

ア：
$$\frac{GmM}{R^2}$$

イ：
$$m : M$$

ウ：
$$(GM)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{T}{2\pi}\right)^{\frac{2}{3}}$$

エ：
$$\mathrm{m}\left(\frac{2\pi G}{TM^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

オ：
$$3 \times 10^{26}$$

カ：
$$6 \times 10^{9}$$

【問題 2】

(1)

磁場の向きが紙面向かって奥向き，初速の向きが紙面向かって左側，ローレンツ力の向きが紙面上側であることから，フレミング左手の法則より電荷の符号は「負」である.

(2)

ローレンツ力と遠心力の釣り合いから

$$m\frac{v_0^2}{R} = qv_0B_0 \text{ より } v_0 = \frac{qRB_0}{m}$$

(3)

円軌道の半周分の長さを初速度で割ってやればよい

ただし電荷の符号が負であることに注意して,

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi R}{|v_0|} = \frac{\pi m}{-qB_0}$$

(4)

荷電粒子がギャップを横切る際に受け取るエネルギーΔEは

$$\Delta E = qV_0 \cdots ①$$

一方、問 1(2) より半径 $2R$に到達した際の速度は$2v_0$であり、運動エネルギーの増加は

$$\frac{1}{2}m(2v_0)^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{3}{2}mv_0^2 = \frac{3(qRB)^2}{2m} \cdots ②$$

よって②を①で割ってやればギャップを横切った回数が求まる. 粒子は 1 回転でギャップを 2 回通過するため求める回転回数nはその半分であるため,

$$n = \frac{1}{2}\cdot\frac{3(qRB_0)^2}{2m}\cdot\frac{1}{qV_0} = \frac{3qR^2B_0^2}{4mV_0} \text{ となる}$$

(5)

ギャップを通過した際の運動エネルギー変化ΔKをΔvとv_1で表すと

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_1 + \Delta v)^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

これがギャップ通過の際に受け取るエネルギーに等しいことから

$$\frac{1}{2}m(v_1 + \Delta v)^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = qV_0$$

整理するとΔvに対する二次方程式が得られる

$$\Delta v^2 + 2v_1\Delta v - \frac{2qV_0}{m} = 0$$

この方程式の解は $\Delta v = -v_1 + \sqrt{v_1^2 + \left(\frac{2qV_0}{m}\right)}$

ただし粒子が加速であることを考慮し、$\Delta v > 0$の解を選んだ

(6)

(1)の解の両辺をv_1で割り算すると $\frac{\Delta v}{v_1} = -1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2qV_0}{mv_1^2}\right)}$

題意より$\Delta v \ll v_1$であることから上式は1より十分に小さい.

すなわち$\frac{2qV_0}{mv_1^2} \ll 1$とみなすことができるため，近似式を用いて

$$\frac{\Delta v}{v_1} = -1 + 1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2qV_0}{mv_1^2} = \frac{qV_0}{mv_1^2} \text{ となり } \Delta v = \frac{qV_0}{mv_1}$$

一方(2)と同様にローレンツ力と遠心力の釣り合いから

$$v_1 + \Delta v = \frac{q\cdot 2R\cdot(B + \Delta B)}{m}$$

ここからΔvを消去してやると $\frac{m}{2qR}v_1 + \frac{V_0}{2Rv_1} = B_0 + \Delta B$

左辺の第1項はB_0に等しいので $\Delta B = \frac{V_0}{2Rv_1}$ となる.

(7)

波形:	理由:
A	ギャップを横切って粒子が加速される度に交流電源の周波数を高くする必要がある。そのような特徴があるのはAかCであるが，Cでは常に片方の電極の電位が高く，連続的に加速できないためAが最もらしい。

問題３　((1)ではポアソンの公式を通じて等価な量は全て解としている)

（１）

ア：0	イ：$3nR(T_B - T_A)/2$
ウ：$3nR(T_B - T_A)/2$	エ：nRT_B/V_1
オ：nRT_C/V_2	カ：0
キ：$3nR(T_D - T_C)/2$	ク：$3nR(T_D - T_C)/2$
ケ：nRT_D/V_2	コ：nRT_A/V_1
サ：$3nR(T_B - T_A)/2$	シ：$3nR(T_C - T_D)/2$
ス：0	セ：$3nR(T_B - T_A - T_C + T_D)/2$

（２）

$$\frac{W}{Q_1} = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

問題４

（１）

ア　放射性同位体	イ　放射能	ウ α線（or ヘリウム原子核）
エ　β線（or 電子）	オ　γ線	カ　半減期

※ウ～オは順番問わず

（２）

放射性崩壊、原子核崩壊、
（α崩壊、β崩壊、など単体の
解答は減点）

（３）

式（１）

$$n = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \times n_0$$

（４）

A　e	B　b