令和３年度
入学者選抜学力検査
（後 期 日 程）

数　学

山口大学理学部　化学科，生物学科

注 意 事 項

1　試験開始の合図があるまで，問題冊子および解答用紙の中を見てはいけません。
2　出願時に選択した科目の問題冊子が配られていることを確認してください。
3　配付物は，問題冊子１冊（１～５頁），解答用紙５枚および下書用紙２枚です。
試験開始後，直ちに揃っているか確認してください。
4　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙や下書用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
5　試験開始後，すべての解答用紙に氏名および受験番号を記入してください。
6　問題冊子と下書用紙は持ち帰ってください。

問題の選択と解答方法について

1　問題１から問題３までは，すべて解答してください。
2　問題４と問題５は選択問題です。いずれか１つだけを選び，解答用紙の選択問題チェック欄に✓印を記入し，解答してください。なお，解答用紙の選択問題チェック欄を両方チェックした場合，もしくは両方チェックしなかった場合は，選択問題のいずれも採点の対象とならないので注意してください。
3　解答は指定された解答用紙のおもて面に横書きで記入してください。ただし，書ききれない場合は，おもて面右下の□内に✓印を記入のうえ，うら面を使用してください。
4　解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合は，採点の対象となりません。
5　解答用紙はすべて回収します。

(配点 75)

問題 1 【必答問題】　一般項が $a_n = n(n+1)$ である数列を $\{a_n\}$ とし，

$$b_n = a_1 + a_2 + \cdots\cdots + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k, \quad c_n = \sum_{k=1}^{n} b_k \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

とする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めなさい。

(2) 数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めなさい。

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k}$ を求めなさい。

(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{c_k}$ を求めなさい。

(配点 75)

問題 2【必答問題】　$0^\circ < \theta < 90^\circ$ とし，空間の 4 点 O，A，B，C は次を満たすとする。

$$\mathrm{OA} = \mathrm{OB} = \mathrm{OC} = 1, \quad \angle\mathrm{AOB} = \angle\mathrm{BOC} = \angle\mathrm{COA} = \theta$$

$\cos\theta = p$ と表すとき，四面体 OABC の体積 V を p を用いて表したい。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) $\triangle\mathrm{OAB}$ の面積 S を p を用いて表しなさい。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を p を用いて表しなさい。

(3) 次を満たす点 D を考える。

$$\mathrm{OD} = 1, \quad \mathrm{OA} \perp \mathrm{OD}, \quad \mathrm{OB} \perp \mathrm{OD}, \quad 0 < \angle\mathrm{COD} < 90^\circ$$

$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = s\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\,\overrightarrow{\mathrm{OB}} + u\,\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ の形に表すとき，s，t，u をそれぞれ p を用いて表しなさい。また，$\cos\angle\mathrm{COD}$ を p を用いて表しなさい。

(4) V を p を用いて表しなさい。

(配点 75)

問題 3 【必答問題】　3 つの箱 A，B，C があり，それぞれ 100 個の球が入っている。1 個のさいころを投げ，1 の目が出たら箱 A の球を 2 個だけ箱 B に移動させ，2 または 3 の目が出たら箱 B の球を 3 個だけ箱 C に移動させ，4 以上の目が出たら箱 C の球を 4 個だけ箱 A に移動させる。n 回さいころを投げて球を移動させた後，箱 A，B，C に入っている球の数をそれぞれ $A(n)$，$B(n)$，$C(n)$ とする。ただし，$1 \leqq n \leqq 25$ とする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) $A(1) = 100$ である確率を求めなさい。

(2) $A(4) = 100$ である確率を求めなさい。

(3) $A(n) = B(n) = C(n)$ となる確率が 0 ではない n を求めなさい。また，その確率を求めなさい。ただし，確率は既約分数で分子と分母が素因数分解された形で表しなさい。

(配点 75)

問題 4 【選択問題】　複素数平面上の 3 点 $\mathrm{A}(\alpha)$, $\mathrm{B}(\beta)$, $\mathrm{C}(\gamma)$ を頂点とする $\triangle\mathrm{ABC}$ について次の問いに答えなさい。

(1) $\triangle\mathrm{ABC}$ が正三角形であるとき, $\dfrac{\beta-\gamma}{\alpha-\gamma}$ の値を求めなさい。

(2) $\gamma=-1+i$ とする。このとき, $\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2+\alpha+\beta=(\alpha+\beta+2)i$ は, $\triangle\mathrm{ABC}$ が正三角形であるための必要十分条件であることを示しなさい。

問題 5 【選択問題】　次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $f(x)=(x-3)\sqrt{x}-\sqrt{2}$ の極値を求めなさい。

(2) 関数 $g(x)=|x-3|\sqrt{x}-\sqrt{2}$ の極値を求めなさい。

(3) 関数 $h(x)=\left(|x-3|\sqrt{x}-\sqrt{2}\right)^2$ の極値を求めなさい。

教科・科目（数学　　　　）

問題訂正

数学
問題２（３）２行目

（誤）　$\underline{0} < \angle COD < 90^\circ$

（正）　$\underline{0^\circ} < \angle COD < 90^\circ$