令和３年度　入学者選抜学力検査問題

数　　学（理系α）

数学Ⅰ，数学Ａ
数学Ⅱ，数学Ｂ
数学Ⅲ

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子および解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題〔１〕～〔３〕は必答問題で，〔４〕，〔５〕は選択問題です。また，解答用紙は５枚あります。
3. 必答問題〔１〕～〔３〕の解答は，それぞれの番号が書かれた解答用紙に記入してください。
4. 選択問題〔４〕，〔５〕のいずれか１題を選択してください。選択した問題の解答は，選択した問題の番号が書かれた解答用紙に記入してください。
5. 解答用紙５枚のうち，必答問題〔１〕～〔３〕の解答用紙３枚と，選択問題〔４〕，〔５〕で，選択した問題の解答用紙<u>のみ１枚</u>，合わせて<u>４枚</u>を提出してください。
6. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
7. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部および氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に２箇所あります。
8. 解答は各問，指定された番号の解答用紙の<u>おもて面にだけ</u>記入してください。
9. 裏面その他に解答を記入した場合，その部分は採点の対象となりません。
10. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
11. 試験終了後，問題冊子および計算用紙は持ち帰ってください。

〔1〕【必答問題】（配点 50） 次の問いに答えなさい。

(1) 10 以上 100 以下の自然数のうち，3 で割り切れるものの和を求めなさい。

(2) 10 以上 $3n$ 以下の自然数のうち，3 で割り切れるものの和が 3657 であるとする。このとき，n の値を求めなさい。ただし，n は自然数とする。

(3) 10 以上 300 以下の自然数のうち，15 との最大公約数が 3 であるものの和を求めなさい。

〔２〕【必答問題】（配点 50）a，m，n を正の実数とする。座標平面上において，曲線 $y = |x^2 - ax|$ を C とし，直線 $y = mx + n$ を l とする。$0 < x < a$ の範囲で，直線 l は曲線 C と点 P で接しているとする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 直線 l の傾き m を a と n を用いて表しなさい。

(2) 点 P の x 座標を n を用いて表しなさい。

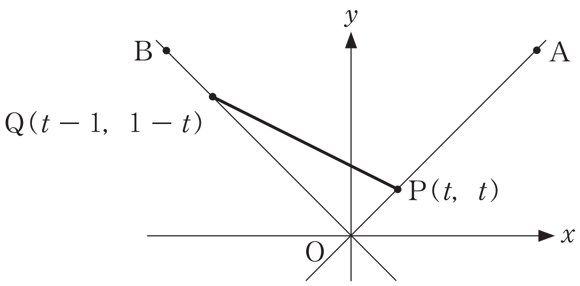
(3) $x < 0$ の範囲における直線 l と曲線 C の交点を Q とし，$x > a$ の範囲における直線 l と曲線 C の交点を R とする。QP：PR = 1：3 であるとき，m を a を用いて表しなさい。

〔3〕【必答問題】（配点 50） 座標平面上に 3 点 O$(0,\ 0)$，A$(1,\ 1)$，B$(-1,\ 1)$がある。また，実数 t に対して，直線 OA 上に点 P$(t,\ t)$を，直線 OB 上に点 Q$(t-1,\ 1-t)$をとるとき，次の問いに答えなさい。

⑴ 直線 PQ の方程式を t を用いて表しなさい。

⑵ t が $0 \leqq t \leqq 1$ の範囲を動くとき，線分 PQ が通過してできる図形 D を図示しなさい。

⑶ ⑵で求めた D を，y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。



$\boxed{\alpha}$

〔4〕【選択問題】（配点 50） a，θ を $a>0$，$0<\theta<2\pi$ を満たす定数とする。このとき，関数

$$f(x)=\frac{\sqrt{(x-a\cos\theta)^2+a^2\sin^2\theta}}{x^2-a^2} \qquad (x>a)$$

について，次の問いに答えなさい。

⑴ 2つの極限 $\displaystyle\lim_{x\to a+0}f(x)$ と $\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)$ を調べなさい。

⑵ $x>a$ において，$f'(x)<0$ が成り立つことを示しなさい。

⑶ $x>a$ において，方程式 $f(x)=1$ の実数解の個数を調べなさい。

〔 5 〕 【選択問題】（配点 50） e を自然対数の底とする。t を $0 < t < 1$ を満たす実数とし，座標平面において，曲線 $y = e^x$ 上に 3 点 $\mathrm{P}(0,\ 1)$，$\mathrm{Q}(t,\ e^t)$，$\mathrm{R}(1,\ e)$ をとる。点 Q における $y = e^x$ の接線と x 軸，および 2 直線 $x = 0$，$x = 1$ で囲まれた図形の面積を $S(t)$ とする。また，$y = e^x$ と x 軸，および 2 直線 $x = 0$，$x = 1$ で囲まれた図形の面積を S_0 とする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) $S(t)$ を求めなさい。

(2) t が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき，$S(t)$ の最大値を求めなさい。

(3) $S_0 \geqq S(t)$ であることを用いて，次の不等式が成り立つことを示しなさい。

$$e \geqq \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$