

令和4年度
入学者選抜学力検査
(後期日程)

数 学

山口大学理学部 数理科学科

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、問題冊子および解答用紙の中を見てはいけません。
- 2 配付物は、問題冊子1冊(1～3頁)、解答用紙3枚および下書用紙2枚です。
試験開始後、直ちにそろっているか確認してください。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙や下書用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 4 試験開始後、すべての解答用紙に氏名および受験番号を記入してください。
- 5 解答は指定された解答用紙のおもて面に横書きで記入してください。
ただし、書ききれない場合は、おもて面右下の□内に✓印を記入のうえ、うら面を使用してください。
- 6 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合、採点の対象となりません。
- 7 試験終了後、問題冊子と下書用紙は持ち帰ってください。

[1] (配点 300 点) $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$ である直角三角形 ABC の外側に、各辺を 1 辺とする正三角形 BCP, CAQ, ABR を作る。 $\angle ABC = \theta$ とする。 $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ であるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) $AB = a$, $AC = b$ とする。 $\theta \neq \frac{\pi}{6}$ かつ $\theta \neq \frac{\pi}{3}$ のとき、三角形 BPR の面積 S_{BPR} と三角形 CQP の面積 S_{CQP} を a , b を用いて表しなさい。
- (2) 三角形 ABC の面積 S_{ABC} と三角形 PQR の面積 S_{PQR} の比 $\frac{S_{PQR}}{S_{ABC}}$ を θ を用いて表しなさい。
- (3) 比 $\frac{S_{PQR}}{S_{ABC}}$ のとりうる値の範囲を求めなさい。

[2] (配点 350 点) a を定数とする。2 曲線 $y = 2 \sin x$ と $y = a - \cos 2x$ が点 P で接している。ここで、点 P の x 座標は $0 < x < \frac{\pi}{2}$ である。これら 2 つの曲線と y 軸とで囲まれた領域の面積を S とするとき、次の問いに答えなさい。

- (1) a の値を求めなさい。
- (2) $r = \frac{4}{\sqrt{3}} \left(S + 2 - \frac{\pi}{4} \right)$ とおくと、 r の値を求めなさい。
- (3) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{r^n}$ の和を求めなさい。ただし、必要ならば

$$\lim_{n \rightarrow \infty} ns^n = 0 \quad (0 < s < 1)$$

を証明なしに用いてよい。

[3] (配点 350 点) 次の問いに答えなさい。

- (1) 2つの正の整数 a と b について, a を b で割った余りを r とする。このとき, a^2 を b で割った余りと r^2 を b で割った余りが等しいことを証明しなさい。
- (2) m を 2桁の正の整数とする。 m の平方 m^2 の下 2桁の数が 21 となるような m をすべて求めなさい。
- (3) n は 3桁以上の正の整数で, 平方 n^2 の下 3桁の数が 321 であるとする。このとき, n の下 3桁のとりうる数をすべて求めなさい。