

令和4年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (理系 α)

数学Ⅰ, 数学A
数学Ⅱ, 数学B
数学Ⅲ

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で4題あります。また、解答用紙は4枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後、すべての解答用紙に受験番号、志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に2箇所あります。
5. 解答は各問、指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 裏面その他に解答を記入した場合、その部分は採点の対象となりません。
7. 各問題の配点50点は200点満点としたときのものです。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[1] (配点 50) 関数 $f(x) = e^{-\frac{x}{2}} - e$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) $f(x)$ の導関数および不定積分を求めなさい。
- (2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} |f(x)|$ を求め、 $y = |f(x)|$ のグラフの概形をかきなさい。
- (3) 定積分 $\int_{-4}^4 |f(x)| dx$ の値を求めなさい。

[2] (配点 50) 次の問いに答えなさい。

(1) $x > 0$ のとき, 関数 $f(x) = \frac{\log x}{x}$ の最大値を求めなさい。ただし, 対数は自然対数とする。

(2) 正の整数の組 (a, b) で, $a^b = b^a$ かつ $a \neq b$ を満たすものをすべて求めなさい。

[3] (配点 50) 1 辺の長さが 1 である正四面体 $OABC$ において $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) 線分 OA を $1:2$ に内分する点を P とする。 \overrightarrow{OP} を \vec{a} を用いて表しなさい。
- (2) 3 点 A, B, C で定まる平面 α に対して点 O と対称な位置にある点を O' とするとき, $\overrightarrow{OO'}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表しなさい。ただし, 2 点 O, O' が平面 α に関して対称であるとは, 直線 OO' が α と垂直であり, 線分 OO' の中点が α 上にあるときをいう。
- (3) 点 X が $\triangle ABC$ 上を動く。 $OX + XP$ の値が最小となるとき, \overrightarrow{OX} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表しなさい。

[4] (配点 50) xy 平面上の原点を O とし, 2 点 $P_1(1, 0)$, $Q_1(1, \sqrt{3})$ をとる。自然数 n に対して, x 座標が OP_n の長さを $\frac{3}{2}$ 倍して $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ を加えた値となる x 軸上の点を P_{n+1} とおく。 P_n を通り直線 OQ_1 と平行な直線と, P_{n+1} を通り x 軸に垂直な直線との交点を Q_{n+1} とする。 $\triangle Q_{n+1}P_nP_{n+1}$ を T_n とおく。次の問いに答えなさい。

- (1) P_2 および P_4 の x 座標の値を求めなさい。
- (2) P_n の x 座標の値を a_n とするとき, a_n を n を用いて表しなさい。
- (3) $\angle P_1OQ_1$ の二等分線を l とする。自然数 n に対して, T_n の辺 P_nQ_{n+1} と l の交点の座標を求めなさい。
- (4) 自然数 n に対して, T_n から l によって切り取られる三角形の面積を s_n としたとき, 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} s_n$ の和を求めなさい。