

令和4年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (文系)

数学Ⅰ, 数学A
数学Ⅱ, 数学B

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で4題あります。また、解答用紙は4枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後、すべての解答用紙に受験番号、志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に2箇所あります。
5. 解答は各問、指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 裏面その他に解答を記入した場合、その部分は採点の対象となりません。
7. 各問題の配点50点は200点満点としたときのものです。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[1] (配点 50) 関数 $f(x) = x^3 + 3x^2$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) $f(x)$ の増減を調べ、 $y = f(x)$ のグラフの概形をかきなさい。
- (2) 点 (p, q) から曲線 $y = f(x)$ に異なる接線が 3 本引けるとき、 p と q についての条件を求め、その条件を満たす点 (p, q) 全体の領域を pq 平面に図示しなさい。

[2] (配点 50) 次の問いに答えなさい。

- (1) 等式 $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$ を証明しなさい。
- (2) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ を因数分解しなさい。
- (3) $a > 0, b > 0, c > 0$ のとき, 不等式 $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$ を証明しなさい。さらに, 等号が成り立つのは $a = b = c$ のときであることを証明しなさい。

[3] (配点 50) 次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えなさい。

- (1) 漸化式 $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ を $a_{n+2} - \alpha a_{n+1} = \beta(a_{n+1} - \alpha a_n)$ と変形したとき、定数 α と β の値を求めなさい。ただし、 $\alpha < \beta$ とする。
- (2) $b_n = a_{n+1} - \alpha a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおく。数列 $\{b_n\}$ の初項 b_1 と一般項 b_n を求めなさい。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。

[4] (配点 50) 1 辺の長さが 1 である正四面体 $OABC$ において $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき, 次の問いに答えなさい。

(1) 線分 OA を $1:2$ に内分する点を P とする。 \overrightarrow{OP} を \vec{a} を用いて表しなさい。

(2) 3 点 A, B, C で定まる平面 α に対して点 O と対称な位置にある点を O' とするとき, $\overrightarrow{OO'}$ を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表しなさい。ただし, 2 点 O, O' が平面 α に関して対称であるとは, 直線 OO' が α と垂直であり, 線分 OO' の中点が α 上にあるときをいう。

(3) 点 X が $\triangle ABC$ 上を動く。 $OX + XP$ の値が最小となるとき, \overrightarrow{OX} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表しなさい。