

問題 1 箱の中に 1 から 10 までの数字が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードが入っている。この箱からカードを 4 枚取り出し、それらの数字を調べてからもとの箱に戻す試行 T について、次の問いに答えなさい。

- (1) 試行 T を 1 回だけ行うとき、次の確率を求めなさい。
  - (i) 数字 5 が書かれたカードが取り出される確率
  - (ii) 取り出された 4 枚のカードに書かれた数字の最小値が 5 である確率
- (2) 試行 T を 2 回続けて行うとき、次の確率を求めなさい。
  - (i) 1 回目の試行 T で数字 5 が書かれたカードが取り出され、2 回目の試行 T で偶数が書かれたカードが取り出される確率
  - (ii) 1 回目の試行 T で取り出された 4 枚のカードに書かれた数字の最小値を  $X$ 、2 回目の試行 T で取り出された 4 枚のカードに書かれた数字の最大値を  $Y$  とするとき、 $X > Y$  となる確率

問題 2 関数  $f(x) = x \log 2x + (1 - x) \log(2 - 2x) + 2x^2 - 2x$  ( $0 < x < 1$ ) について、次の問いに答えなさい。ただし、対数は自然対数とする。

- (1)  $f' \left( \frac{1}{2} \right)$  を求めなさい。
- (2)  $f(x)$  の最小値を求めなさい。

問題 3  $l, m, n$  を正の実数とする。  $BC = l, CA = m, AB = n$  である三角形  $ABC$  の内心を  $I$  とする。  $AI$  の延長と辺  $BC$  との交点を  $D$ ,  $BI$  の延長と辺  $CA$  との交点を  $E$  とする。 次の問いに答えなさい。

- (1)  $BD : DC$  と  $CE : EA$  を求めなさい。
- (2)  $BI : IE$  を求めなさい。
- (3)  $\vec{CI}$  を  $\vec{CA}$  と  $\vec{CB}$  を用いて表しなさい。
- (4) 内心  $I$  を基準とする 3 点  $A, B, C$  の位置ベクトルをそれぞれ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  とするとき,

$$l\vec{a} + m\vec{b} + n\vec{c} = \vec{0}$$

であることを証明しなさい。

問題 4 座標平面上の曲線  $y = \sin x$  を  $C_1$ , 曲線  $y = \cos x$  を  $C_2$  とする。さらに,  $C_1$  を  $x$  軸方向に  $\frac{\pi}{2}$ ,  $y$  軸方向に 1 だけ平行移動した曲線を  $C_3$  とし,  $C_2$  を  $x$  軸方向に  $-\frac{\pi}{2}$ ,  $y$  軸方向に 1 だけ平行移動した曲線を  $C_4$  とする。このとき, 次の問いに答えなさい。

(1)  $C_3, C_4$  を表す式をそれぞれ求めなさい。

(2)  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  とする。

(i)  $C_1$  と  $C_2$ ,  $C_2$  と  $C_3$ ,  $C_3$  と  $C_4$ ,  $C_4$  と  $C_1$  の交点をそれぞれ  $P_1, P_2, P_3, P_4$  とする。 $P_1, P_2, P_3, P_4$  の  $x$  座標をそれぞれ求めなさい。

(ii)  $C_1$  と  $C_3$  で囲まれた図形と,  $C_2$  と  $C_4$  で囲まれた図形の共通部分を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積  $V$  を求めなさい。