

令和5年度
入学者選抜学力検査
(後期日程)

数 学

山口大学 理学部 数理科学科

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、問題冊子および解答用紙の中を見てはいけません。
- 2 配付物は、問題冊子1冊(1～3頁)、解答用紙3枚および下書用紙2枚です。
試験開始後、直ちにそろっているか確認してください。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙や下書用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 4 試験開始後、すべての解答用紙に氏名および受験番号を記入してください。
- 5 解答は指定された解答用紙のおもて面に横書きで記入してください。
ただし、書ききれない場合は、おもて面右下の□内に✓印を記入のうえ、うら面を使用してください。
- 6 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合、採点の対象となりません。
- 7 試験終了後、問題冊子と下書用紙は持ち帰ってください。

[1] (配点 300 点) 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 2, \quad a_n = n + 1 + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} (k+2)a_k \quad (n \geq 2)$$

で定める。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) a_2 を求めなさい。

(2) $n \geq 2$ に対して

$$a_n = 2a_{n-1} + 2$$

が成り立つことを示しなさい。

(3) (2) の結果を利用して数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

[2] (配点 350 点) 座標空間において, x 座標, y 座標, z 座標がすべて整数である点を格子点という。格子点上を次の規則に従って動く点 P を考える。

- (i) 最初に, 点 P は原点 O にある。
- (ii) ある時刻で点 P が格子点 (l, m, n) にあるとき, その 1 秒後の点 P の位置は, 次の 6 つの格子点

$$(l+1, m, n), (l, m+1, n), (l, m, n+1)$$

$$(l-1, m, n), (l, m-1, n), (l, m, n-1)$$

のいずれかであり, また, これらの点に移動する確率は, それぞれ $\frac{1}{6}$ である。

t 秒後の点 P の位置に関して, 次の問いに答えなさい。

- (1) $t = 3$ とする。点 P が xy 平面上にある確率を $\frac{N_1}{6^3}$ と表すとき, N_1 の値を求めなさい。
- (2) $t = 4$ とする。点 P が x 軸上にある確率を $\frac{N_2}{6^4}$ と表すとき, N_2 の値を求めなさい。
- (3) $t = 5$ とする。点 P が原点を中心とする半径 4 の球の外側にある確率を $\frac{N_3}{6^5}$ と表すとき, N_3 の値を求めなさい。

[3] (配点 350 点) 原点を O とする座標平面上の曲線 $y = \sqrt{1 - 4x^2}$ を C とする。曲線 C 上の第 1 象限にある点 A における接線を l とし、接線 l と x 軸, y 軸との交点をそれぞれ P , Q とする。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 直線 OA の傾きを m , 接線 l の傾きを n とするとき, mn の値は点 A のとり方によらず一定であることを示しなさい。
- (2) $\triangle OPQ$ の面積が $\triangle OPA$ の面積の 2 倍であるときを考える。
 - (i) 点 A の座標を求めなさい。
 - (ii) 曲線 C と 2 つの線分 OA , OP とで囲まれた部分の面積を求めなさい。